

我国农产品期货市场的分形分析

张川,王宏勇

(南京财经大学应用数学学院,江苏南京 210023)

摘要: 基于投资者对期货市场信息反应的非对称性,本文运用非对称消除趋势波动分析法,以玉米、豆粕、强麦和棉花为研究对象,研究我国农产品期货价格对数收益率序列上升和下降趋势的状态特征。结果表明,收益率序列上升和下降趋势具有非对称性,上升和下降趋势的农产品价格对数收益率序列均具有分形特征。同时,运用多重分形消除趋势波动分析法和多重分形谱分析法,研究我国农产品期货日收盘价对数收益率的结构特征。结果表明,农产品价格收益率序列具有多重分形特征,强麦、棉花、玉米、豆粕的多重分形强度依次减弱,意味着相应期货产品的投资风险逐步降低。

关键词: 农产品期货价格; 收益率序列; 分形与多重分形特征; 持续性

中图分类号: F224.9 F830.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-6049(2015)01-0033-08

一、引言

许多研究已表明(曹广喜,2008;黄诒蓉,2006;Peters,1994),金融市场是一个具有分形和混沌结构的非线性动态复杂系统。期货市场作为金融市场的重要组成部分,在价格发现、规避风险和套期保值等方面发挥了重要作用。我国的期货市场发端于农产品,因此,选择农产品期货作为实证研究对象,无论对宏观层面的国民经济还是微观层面的期货市场来说,都具有重要的意义。

国外农产品期货市场建立较早,有关价格波动性的研究相对比较成熟。1963年,Mandelbrot(1963)对纽约期货市场1900年至1960年棉花期货的价格时间序列进行了分析,最早发现了棉花期货价格具有时间尺度上的标度不变性,即具有分形特征。Yang and Brorsen(1993)以日收益率为研究对象分析了小麦、玉米和棉花农产品现货和期货价格的非线性动态特征。Jose et al.

(1998)对美国商品期货、外汇期货和股指期货进行综合分析后认为,商品期货和外汇期货的日收益率序列都具有长记忆性,而股指期货价格日收益序列不具有长记忆性。中国期货市场建立于1990年,尽管起步较晚,但是经过24年的努力,已发展成为全球第二大农产品期货市场,对农产品期货市场的研究也一直是国内金融研究领域的热点。唐衍伟等(2005)运用修正的R/S分析法研究了中国农产品期货市场的分形特征和长程相关性,结果表明,大连黄豆期货市场存在状态持续性和波动积聚性,价格收益率序列呈现非线性特性,并指出了我国期货市场还未达到弱式有效。王霞(1996)、李旭荣(1997)分别对香港恒生股指期货市场、沪铜期货和大连黄豆期货进行了研究,认为这些期货市场也具有分形结构。何凌云等(2008)根据大连豆粕等农产品期货价格的时间序列数据,运用R/S分析方法,得

收稿日期:2014-12-06

基金项目:教育部人文社会科学规划基金项目:金融系统复杂性的表征、成因及演化研究(12YJAZH020);南京财经大学研究生创新课题(YJS14095)。

作者简介:张川(1990—),男,山东济宁人,南京财经大学应用数学学院硕士研究生,研究方向为分形与数理金融;王宏勇(1963—),男,江苏扬州人,南京财经大学应用数学学院教授,博士,研究方向为分形理论与金融应用。

到了不同时间标度下农产品期货价格的 Hurst 指数,指出豆粕期货价格的短期收益率接近随机游走,而中长期收益率具有长程相关性,豆粕期货价格分形系统均具有非平凡的多重分形特征。李志慧和卢新生(2011)运用 MF-DFA 分析法和多重分形谱分析法,对豆一、玉米、硬麦、强麦的多重分形特征进行了实证分析,发现中国农产品期货市场存在显著多重分形特征,硬麦、强麦、玉米和豆一期货的多重分形强度依次减弱,并分析了其成因。王倩玉和王静(2013)运用 R/S 分析法和混沌理论得出了大豆期货市场价格序列具有明显的分形和混沌特征的结论。

上述这些文献主要运用 R/S、DFA 和 MF-DFA 等分析法研究期货价格收益率序列的整体和局部结构特征。然而,由于投资者对于经济信息的反应是非对称的,一般情况下期货市场价格常常表现出交互相关的非对称性,因此对序列上升和下降趋势分别进行描述是自然的,也是必要的。本文正是在前人研究的基础上,运用非对称消除趋势波动分析法(A-DFA)研究我国农产品期货市场价格波动序列是否具有分形特征,从整体上对期货市场进行研究和刻画;同时运用 MF-DFA 分析法研究我国农产品期货市场价格波动的动力学机制,力图刻画农产品期货市场的局部分形特征,比较各对象间长程相关性的强弱程度,并试图发现各对象间的作用效果和联动机制。

二、分形分析方法描述

(一) A-DFA 分析法

非对称消除趋势波动分析法(A-DFA)的算法步骤如下:

(1) 对于给定的时间序列 $x(t) \quad t = 1, 2, \dots, N$, 构造侧面

$$y(i) = \sum_{t=1}^i (x(t) - \bar{x}) \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

$$\text{其中 } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x(t).$$

(2) 把序列 $\{x(t)\}$ 和它的侧面 $\{y(t)\}$ 分割成长度为 n 的 $N_n = \text{int}(N/n)$ 个互不相交的等长小区间。由于 N 常常不是 n 的整数倍,为了不丢弃剩余的部分,从序列的尾部开始重复这一分割过程,这样就得到了 $2N_n$ 个子序列。

(3) 记 $S_j = \{s_{j,k} \quad k = 1, 2, \dots, n\}$ 是第 j 个小区间的时间序列, $Y_j = \{y_{j,k} \quad k = 1, 2, \dots, n\}$ 是第 j 个侧面小区间的时间序列 $j = 1, 2, \dots, 2N_n$ 。因此,在第 j 个小区间,有

$s_{j,k} = x((j-1)n+k)$, $y_{j,k} = y((j-1)n+k)$, $k = 1, 2, \dots, n$,

$$s_{j,k} = x((j-1)n+k), \quad y_{j,k} = y((j-1)n+k), \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

一般地,我们取 $5 \leq n \leq N/4$ 。

(4) 对于每个子区间的时间序列 $S_j = \{s_{j,k} \quad k = 1, 2, \dots, n\}$ 和它的侧面时间序列 $Y_j = \{y_{j,k} \quad k = 1, 2, \dots, n\}$, 用最小二乘法进行拟合 $L_{S_j}(k) = a_{s_j} + b_{s_j}k$ 和 $L_{Y_j}(k) = a_{y_j} + b_{y_j}k$, $j = 1, 2, \dots, 2N_n$, k 代表的是水平坐标, $L_{S_j}(k)$ 和 $L_{Y_j}(k)$ 分别代表第 j 个小区间子序列 S_j 和它的侧面序列 Y_j 的线性趋势。线性拟合 $L_{S_j}(k)$ 仅仅通过斜率 b_{s_j} 的符号来判别子序列 S_j 的上升和下降趋势,而线性拟合 $L_{Y_j}(k)$ 是用来消除侧面序列 Y_j 的趋势。对每一部分 $j = 1, 2, \dots, 2N_n$, 计算波动函数:

$$F_j(n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_{j,k} - L_{Y_j}(k))^2.$$

(5) 在每个小区间上 $b_{s_j} > 0$ 或 $b_{s_j} < 0$ 就分别表明时间序列 $x(t)$ 在第 j 个小区间上的子序列 S_j 有上升或下降的趋势,因此就可得到有方向的平均波动函数:

$$F^+(n) = \left[\frac{1}{M^+} \sum_{j=1}^{2N_n} \frac{\text{sign}(b_{s_j}) + 1}{2} F_j(n) \right]^{1/2},$$

$$F^-(n) = \left[\frac{1}{M^-} \sum_{j=1}^{2N_n} \frac{-[\text{sign}(b_{s_j}) - 1]}{2} F_j(n) \right]^{1/2},$$

其中 $M^+ = \sum_{j=1}^{2N_n} \frac{\text{sign}(b_{s_j}) + 1}{2}$ 和 $M^- = \sum_{j=1}^{2N_n} \frac{-[\text{sign}(b_{s_j}) - 1]}{2}$ 分别是上升和下降的子区间的个数。假设对所有的 $j = 1, 2, \dots, 2N_n$, $b_{s_j} \neq 0$, 则有 $M^+ + M^- = 2N_n$ 。

传统的 DFA 方法是通过计算平均波动函数而得到

传统的 DFA 方法是通过计算平均波动函数而得到

$$F(n) = \left[\frac{1}{2N_n} \sum_{j=1}^{2N_n} F_j(n) \right]^{1/2}.$$

(6) 若幂律交互相关性存在,则标度幂律关系就满足:

$$F(n) \sim n^H, \quad F^+(n) \sim n^{H^+}, \quad F^-(n) \sim n^{H^-},$$

其中 H 、 H^+ 和 H^- 分别代表全局、上升和下降序列的标度指数。

若 $H^+ = H^-$, 则收益率序列的相关性是对称

的;若 $H^+ \neq H^-$, 此时上升和下降趋势的相关性是不同的。根据 DFA 分析法, 当 $H = 0.5$ 时, 序列不相关或短程相关; 当 $H > 0.5$ 时, 序列具有持续性(长程相关性); 当 $H < 0.5$ 时, 序列具有反持续性, 波动性较强。同样, 可利用 H^+ 和 H^- 的大小, 讨论上升和下降趋势的状态特征, 并且用指标 $\delta = |H^+ - H^-|$ 来刻画序列的非对称程度。

(二) MF-DFA 分析法

A-DFA 方法能够描述序列的整体、上升和下降趋势的状态特征, 作为 DFA 方法的另一推广, MF-DFA 方法能够描述序列的局部波动趋势, 刻画大波动和小波动的结构特征。MF-DFA 的算法如下:

(1) 对于给定的时间序列 $x(t)$ $t = 1, 2, \dots, N$, 构造侧面

$$y(i) = \sum_{t=1}^i (x(t) - \bar{x}) \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

$$\text{其中 } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x(t).$$

(2) 把序列 $y(i)$ 分割成长度为 s 的 $N_s = \text{int}(N/s)$ 个互不相交的等长小区间。由于 M 常常不是 s 的整数倍, 为了不丢弃剩余的部分, 从序列的尾部开始重复这一分割过程, 这样就得到了 $2N_s$ 个子序列。

(3) 用最小二乘法拟合每个子区间 v ($v = 1, 2, \dots, 2N_s$) 上的局部趋势, 得到 k 阶拟合多项式记为 $p_v(i)$ $i = 1, 2, \dots, s$ 。每个子区间 v 上的所有点的值 $y_v(i)$ 减去其拟合趋势值 $p_v(i)$, 得到拟合残差 $z(i, v)$, 即

$$z(i, v) = y_v(i) - p_v(i) \quad i = 1, 2, \dots, s \quad v = 1, 2, \dots, 2N_s.$$

(4) 分别计算 $2N_s$ 个消除趋势后子序列的平方均值

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s z^2(i, v) \quad v = 1, 2, \dots, 2N_s,$$

进而求得消除趋势的 q 阶波动函数 $F_q(s)$:

$$F_q(s) = \left[\frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} (F^2(s, v))^{\frac{q}{2}} \right]^{1/q} \quad q \neq 0$$

(5) 在双对数图中分波动函数 $F_q(s)$ 与 s 的幂律关系: $F_q(s) \sim s^{H(q)}$, 两边取对数可得

$$\log F_q(s) = H(q) \log(s) + \log A,$$

通过 $\log F_q(s)$ 对 $\log(s)$ 的线性回归得到的斜率即为标度指数 $H(q)$ 。

当 $q = 2$ 时 $H(q)$ 即为经典 Hurst 指数。对于较大的正 q , 大幅波动占主导地位, $H(q)$ 描述了大波动的标度行为; 对于负的或较小的正 q , $H(q)$ 描述了小波动的标度行为。特别地, 当 $q = 0$ 时 $H(0)$ 相当于 $q \rightarrow 0$ 时的 $H(q)$, 此时, 用取对数的平均步骤求解可得:

$$F_0(s) = \exp \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^2(v, s)] \right\} \propto s^{H(0)},$$

因此, 可以通过取不同的 q 值, 不同程度地消除时间序列中趋势的影响, 从而达到减少或消除非平稳性的目的。

当 $H(q)$ 与 q 的取值无关时, 称序列 $\{x(t)\}$ 是单分形的, 反之称为多分形的。

由 MF-DFA 方法得到的广义 Hurst 指数 $H(q)$ 与 Renyi 指数 (q) 的关系可以描述为:

$$f(q) = qH(q) - 1.$$

若 $f(q)$ 与 q 是线性关系, 则序列是单分形的, 否则, 呈多分形特征。根据勒让德变换, 得到多重分形谱的两个重要指标, 即奇异指数 α 和多重分形谱 $f(\alpha)$:

$$\alpha = H(q) + qH'(q) \quad f(\alpha) = q[\alpha - H(q)] + 1.$$

奇异指数 α 描述的是整个过程中各个局部的分形特征, 又称为局部 Hölder 指数。多重分形谱 $f(\alpha)$ 是具有相同奇异指数 α 的点集的分形维。在多重分形过程中, 不同的部分由不同的 α 值来表征, 即 $\alpha(t)$ 是时变的, 这使得整个过程的分形维 $f(\alpha)$ 是不唯一的, $\alpha \sim f(\alpha)$ 图呈单峰钟形, 因而多重分形分析能够描述过程的局部特性。此外, 序列的多重分形强度也可以由指标 $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ 和 $\Delta H = H_{\max}(q) - H_{\min}(q)$ 来测度。 $\Delta\alpha$ 和 ΔH 越大, 多重分形性越强, 多重分形特征越明显, 蕴含的市场风险也越大。

三、数据处理与分析

大连期货交易所和郑州期货交易所是我国两个主要的农产品期货交易中心, 我们选取郑交所的棉花和强麦以及大交所的玉米和豆粕作为研究对象, 试图刻画我国农产品期货市场的结构特征。在期货市场中, 收盘价是市场最后一笔交易的成交价格, 由于收盘价既是当日行情的标准, 又是下一个交易日开盘价的依据, 因此我们选择收盘价作为分析数据。选取 2006 年 1 月 1 日到 2014 年 6 月 30 日的上述四个品种的每日

收盘价作为研究对象,去除节假日以及数据异常点,棉花、强麦、玉米和豆粕的有效数据的个数分别为 2068、2055、2065 和 2070,所有数据来自新浪财经网。

为了消除原始数据自相关的影响,需要对原始数据进行处理。我们考虑对数收益率序列 $r(t) = \log(P_t) - \log(P_{t-1})$,其中 P_t 是时刻 t 的收盘价格指数,并以此作为实证数据。

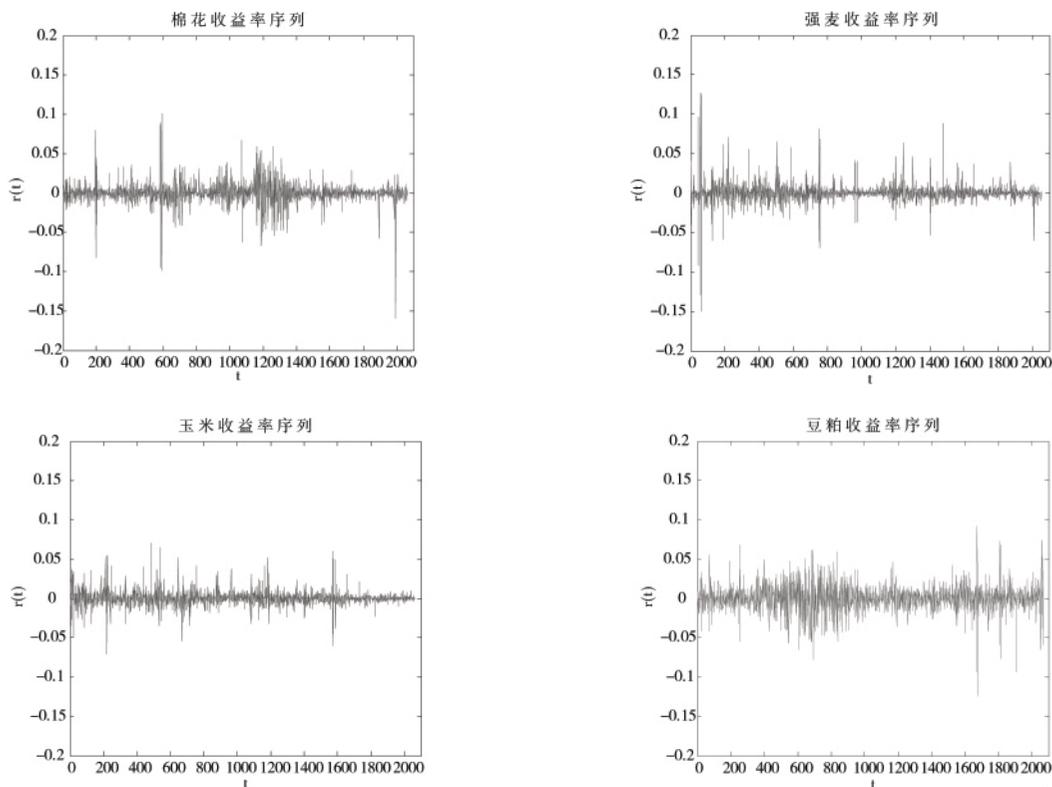


图 1 四个品种的对数收益率图

表 1 基本描述统计量

项目	极小值	极大值	均值	标准差	偏度
棉花	-0.160112	0.100934	0.000007	0.012820	-0.866000
强麦	-0.150180	0.126796	0.000172	0.012151	0.277000
玉米	-0.070603	0.071172	0.000272	0.009266	0.541000
豆粕	-0.123255	0.092288	0.000185	0.015817	-0.469000

图 1 给出了四个品种的对数收益率序列的图像,为了使数据结果更加直观,更具有可比性,纵坐标采用相同的刻度。从图 1 中可看出豆粕的波动性最大,棉花和强麦的接近,玉米的波动最小,基本统计量中的标准差也证实了这一点。从表 1 中四个品种对数收益率的基本描述统计量可知,四个品种的均值均接近于 0,意味着序列具有回归平衡的功能;它们的偏度均不为 0,其中棉花和豆粕的偏度小于 0,为右偏,强麦和玉米的偏度大于 0,为左偏,峰度均大于 3,表明四个品种收益率序列的分布均表现出尖峰厚尾

的特征。

四、实证研究

(一) 基于 A-DFA 的单分形特征分析

我们将运用 A-DFA 分别研究四个品种的上升趋势和下降趋势序列的分形特征,对于棉花、强麦和豆粕,取标度范围为 $n \in [11, 300]$,对于玉米,取标度范围为 $n \in [11, 260]$,这是因为其下降趋势的双对数图在 260 和 300 之间出现断层。图 2 给出了四个品种上升和下降趋势序列的双对数图,其有关结果和参数见表 2。

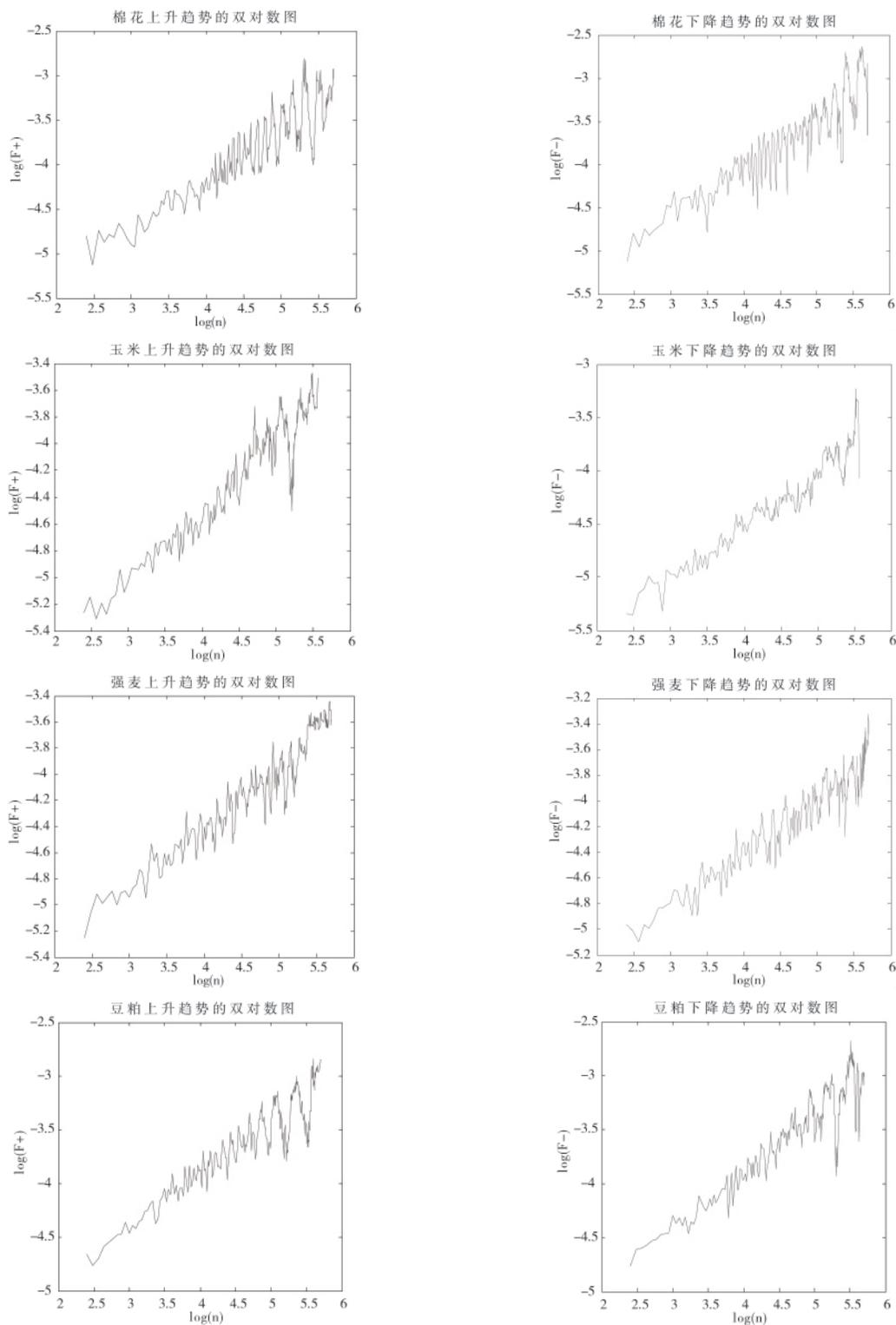


图2 四个品种上升和下降趋势的双对数图

表2 四个品种上升和下降趋势的 Hurst 指数

项目	棉花	玉米	强麦	豆粕
H +	0.5678	0.5609	0.4672	0.4787
H -	0.5930	0.4851	0.4091	0.5235
δ	0.0252	0.0758	0.0581	0.0448

由图2和表2我们可得出以下结论:(1)上升和下降趋势的 Hurst 指数都不相等,说明收益率序列上升和下降趋势的相关性是不同的。(2)上升和下降趋势的序列均具有分形特征,棉花的上升和下降趋势具有持续性,玉米的上升趋

势具有持续性,下降趋势具有反持续性,强麦的上升和下降趋势均具有反持续性,豆粕的上升趋势具有反持续性,而下降趋势具有持续性。(3)由值的大小关系,可知玉米、强麦、豆粕、棉花的非对称性依次减弱。

(二) 基于 MF-DFA 的多重分形特征分析

在 MF-DFA 的方法步骤中,取波动阶数 $q = -10, -8, \dots, 8, 10$, $s \in [11, 500]$ 拟合阶数 k 取

为 2,对价格收益率序列进行实证分析。图 3 显示了四个品种的对数收益率序列对于不同的 q 值,它们的波动函数的双对数图像。图 4 给出了四个品种的对数收益率序列的广义 Hurst 指数随 q 变化的图,数值结果见表 3。四个品种的对数收益率序列的标度指数 (q) 随 q 的变化图见图 5,表 4 给出了多重分形谱图的相关参数,而多重分形谱 $f(\alpha)$ 随 α 的变化图见图 6。

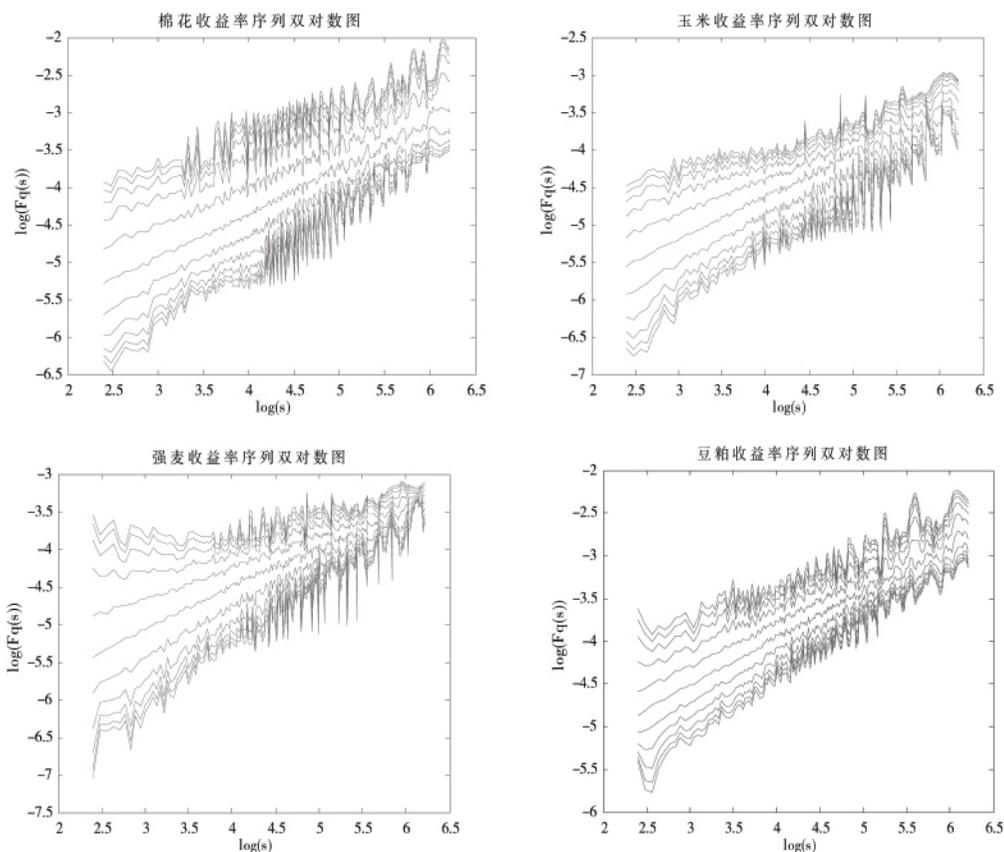


图 3 四个品种波动函数的双对数图

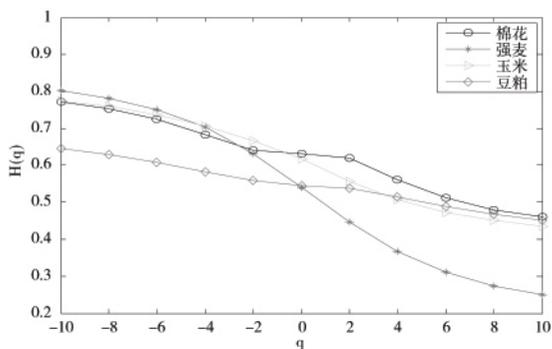


图 4 四个品种 Hurst 指数随阶数 q 的变化图像

表 3 四个品种不同阶数 q 下的 Hurst 指数

q	棉花	玉米	强麦	豆粕
-10	0.7714	0.7751	0.8040	0.6460
-8	0.7521	0.7594	0.7836	0.6299
-6	0.7241	0.7377	0.7531	0.6088
-4	0.684	0.7072	0.7053	0.5829
-2	0.6409	0.6671	0.6323	0.5582
0	0.6305	0.6172	0.5404	0.5453
2	0.6204	0.5575	0.4484	0.5371
4	0.5610	0.5070	0.3684	0.5154
6	0.5117	0.4734	0.3121	0.4890
8	0.4803	0.4512	0.2755	0.4672
10	0.4598	0.4356	0.2512	0.4510

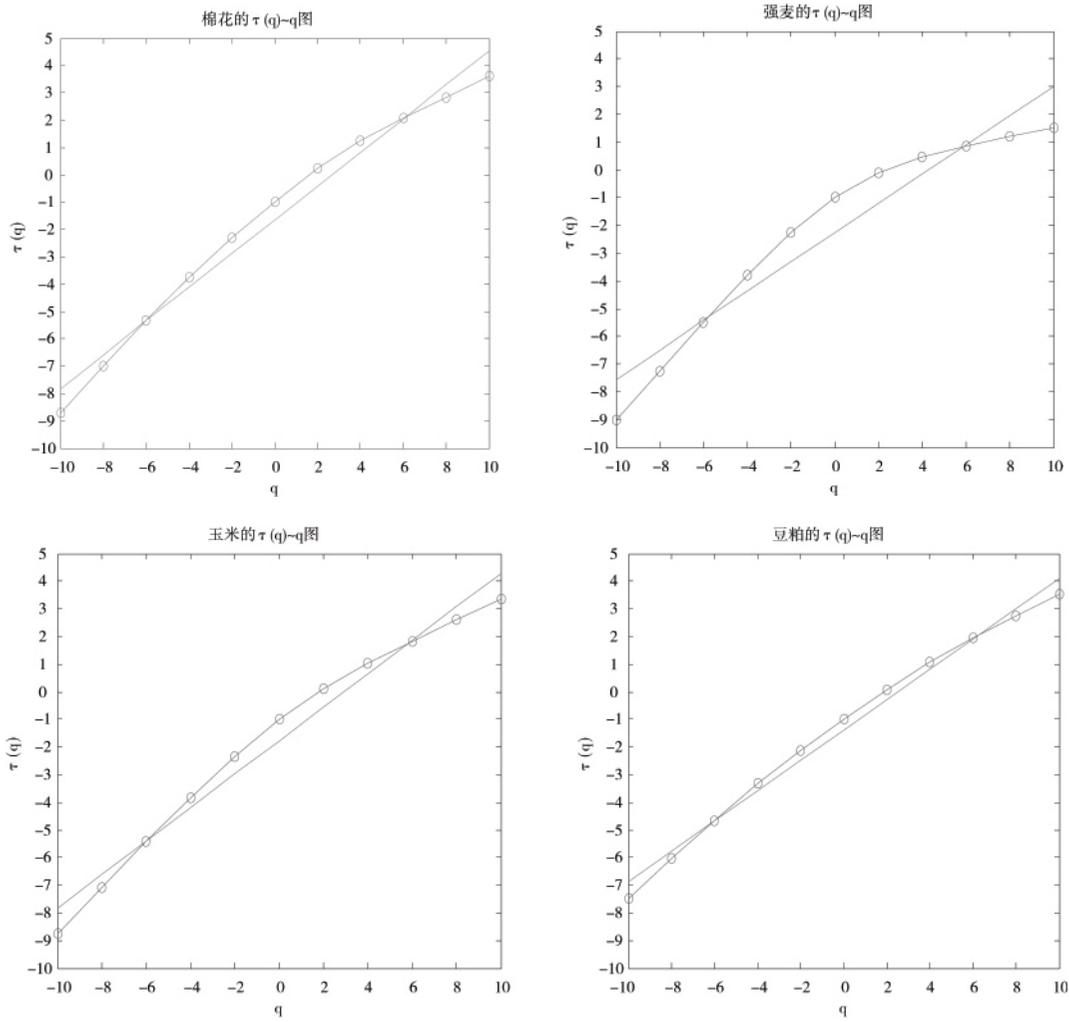


图5 四个品种的 $\tau(q)$ 随 q 的变化图

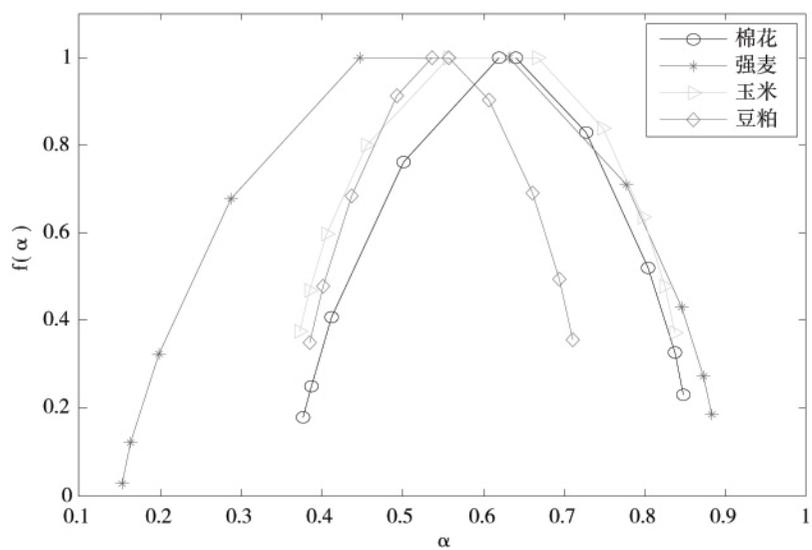


图6 四个品种的多重分形谱图

表4 四类品种多重分形谱相关参数

相关参数	α_{\min}	α_{\max}	$\Delta\alpha$	$f(\alpha_{\min})$	$f(\alpha_{\max})$	Δf
棉花	0.3775	0.8482	0.4707	0.1776	0.2315	-0.0539
玉米	0.3732	0.8379	0.4647	0.0275	0.1856	-0.1581
强麦	0.1538	0.8858	0.7320	0.3761	0.3721	0.0040
豆粕	0.3859	0.7106	0.3247	0.3494	0.3544	-0.0050

由以上图形和图表我们可得到以下结论:

(1) 四个品种的波动函数的双对数图基本呈线性趋势,说明四个收益率序列具有多重分形特征。(2) 广义 Hurst 指数 $H(q)$ 的值随着 q 的增加而减小,当 q 为负数或小的正数时 $H(q)$ 的值大于 0.5,说明小波动的收益率序列具有明显的持续性;当 q 为大的正数时 $H(q)$ 的值介于 0.45 到 0.55 之间,表现出随机游走现象,这也间接地说明了我国期货市场将趋近于完善。(3) $\tau(q)$ 与 q 不满足线性关系, $\tau(q)$ 关于 q 的图形呈现上凸状,这一结果也说明了四个品种的收益率序列均具有明显的多重分形特征。(4) 由图 6 多重分形谱的形状和表 4 多重分形谱的相关参数,可知强麦、棉花、玉米、豆粕的多重分形强度依次减弱。

五、结束语

本文首先运用非对称消除趋势波动分析法(A-DFA)研究了我国农产品期货市场中玉米、豆粕、强麦和棉花的价格对数收益率序列的上升和下降趋势的状态特征。结果表明,四个品种的收益率序列的上升和下降趋势的相关性是非对称的,并且玉米、强麦、豆粕、棉花的非对称性依次减弱。虽然上升和下降趋势的持续性和反持续性各有不同,但均具有分形特征。接着文章运用多重分形消除趋势波动分析法(MF-DFA)和多重分形谱分析法(MF-SA)研究了这四种农产品期货日收盘价对数收益率的结构特征。结果表明,农产品价格收益率具有多重分形特征,强麦、棉花、玉米、豆粕的多重分形程度依次减弱。本文定量分析了我国农产品期货市场的价格波动状态和非线性结构特征。从价格对数收益率序列的上升和下降趋势的非对称性的强弱和整体序列的多重分形性强度两方面揭示了市场的复杂性,且多重分形强度也反映了市场的风险大小。本文的研究对农产品期货市场的交易决策,风险管理具有一定的参考价值。

参考文献:

- [1]曹广喜.基于分形分析的我国股市波动性研究[M].北京:经济科学出版社,2008.
- [2]何凌云,周曙东,徐才华.中国农产品期货价格的分形和多重分形特征分析[J].中国农学通报,2008,24(3):481-485.
- [3]黄谔蓉.中国股市分形结构:理论与实证[M].广州:中山大学出版社,2006.
- [4]李旭荣.分形市场理论在金融衍生品市场中的应用[D].南京:南京理工大学,1997.
- [5]李志慧,卢新生.中国农产品期货市场的多重分形特征及其成因分析[J].统计与信息论坛,2011,26(10):84-89.
- [6]唐衍伟,陈刚,张晨宏.中国农产品期货市场价格波动的长程相关性研究[J].系统工程,2005,23(12):79-84.
- [7]王倩玉,王静.基于分形与混沌理论的大豆期货市场的特征研究[D].陕西:西北农林科技大学,2013.
- [8]王霞.基于混沌分形理论的我国期货市场波动性研究[D].青岛:青岛大学,1996.
- [9]Jose A R, Eduardo R, Juan C. A DFA approach for assessing asymmetric correlations [J]. Physic A, 2009 (388): 2263-2270.
- [10]Jose Jone, Walter L. Long memory in futures prices [J]. SSRN working paper, 1998.
- [11]Mandelbrot B B. The variation of certain speculative prices [J]. Journal of Business, 1963(36):394-419.
- [12]Peters E. Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics [M]. New York: John Wiley & Sons Inc., 1994.
- [13]Yang S R, Brorsen B W. Nonlinear dynamics of daily futures prices: conditional heteroskedasticity or chaos? [J]. Futures Markets, 1993(13):175-191.

(责任编辑:黄明晴)

(下转第108页)

