

# 基于 Copula-GARCH 模型的互联网 金融市场风险测度

陈耀辉,马凌云

(南京财经大学 经济学院 江苏 南京 210023)

**摘要:**近年来,随着互联网金融产业的发展,许多投资者利用互联网进行投资。2018年P2P雷潮爆发,让大家意识到风险管理的重要性。选择华夏现金增利货币B和广发货币B于2017—2019年的七日年化收益率为研究对象,利用EViews和R软件对两组数据进行描述性统计分析和正态性检验。通过欧氏距离最小法选择二元t-Copula函数建立Copula-GARCH模型,利用MCMC算法对两种货币基金在不同投资组合下的风险进行测度。结果表明,在95%的置信水平下,当华夏现金增利货币B的投资比例为0.7、广发货币B的投资比例为0.3时,风险最小,可见不同的货币基金组合对风险的影响不同。同时VaR对于基金权重的变化没有CVaR敏感,极端情况下的风险测度也很重要。根据实证分析结果,建议:互联网金融风险测度需要重视小概率事件风险,不同的金融投资要有侧重,加强技术研发与统计研究,建立健全有关法规,这样才能有效防范风险。

**关键词:**互联网金融风险; Copula-GARCH; 风险价值; 条件风险价值

**中图分类号:** F830.91      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1672-6049(2021)01-0022-12

## 一、引言

最近几年,互联网金融产业迅速发展,产生了许多新行业,对传统金融行业产生了巨大冲击,尤其在余额宝等互联网金融产品出现后,人们对货币基金的投资越来越多,为了规范互联网金融业的发展,最重要的事就是加强对互联网金融的监管。互联网金融机构之间交流与资金流通日渐频繁,同时行业间的竞争也不断加剧,许多企业对行业市场进行了深入研究。新兴互联网的金融模式给传统行业带来了巨大冲击,在国内掀起了创新的狂潮,形成了P2P平台、众筹、第三方支付等金融模式,引起了相关部门重视的同时也带来了很多问题<sup>[1]</sup>。所以,为了保护投资者的合法利益,在管理风险时,常突出金融数据的“长尾特征”,寻找合理的方法进行风险测度,避免不必要的损失,让投资者更加放心大胆地投资,这对活跃金融市场有重要意义。

自从Sklar提出Copula理论后,该理论被应用到金融多变量相依性的度量和分析中,例如资本资产定价、金融风险管理、保险精算等方面,该理论不仅是一种定性分析与定量分析相结合的统计分析方法,还为金融决策提供理论支撑,对金融产品和市场进行刻画<sup>[2]</sup>。Copula模型在使用时不限制边缘分布<sup>[3]</sup>,可以应用到服从非正态分布的金融产品上,对于呈尖峰厚尾的时间序列数据,可以用GARCH模型拟合。因此,本文将Copula理论与GARCH模型相结合,以Copula-GARCH模型为基础,研究在不

收稿日期:2020-12-02;修回日期:2021-01-08

基金项目:国家社会科学基金一般项目“互联网金融风险测度方法与监管机制研究”(16BTJ030)

作者简介:陈耀辉(1963—),男,安徽安庆人,理学博士,南京财经大学经济学院教授,硕士生导师,研究方向为金融统计分析;马凌云(1997—),女,安徽合肥人,南京财经大学经济学院硕士研究生,研究方向为金融统计分析。

同投资组合下的 VaR 和 CVaR 值, 投资人可以参考风险值, 选择合适的投资组合, 降低投资风险。

Copula 函数在金融风险管理中主要应用在 VaR 测度和风险管理上, 对于金融时间序列, 收益率尖峰厚尾的特点容易造成极端事件的发生, 金融资产尾部相依性的特点使极端情况发生的概率变大<sup>[4]</sup>。

## 二、互联网金融市场风险的形成机理

互联网金融在短时间内经历了爆发式增长, 给广大投资者带来巨大的利润, 同时也带来了损失, 由于互联网金融发展时间短, 缺少系统的研究, 而国内市场与国外又不完全相同, 需要结合实际情况来控制金融风险<sup>[5]</sup>。市场风险作为常见的金融风险, 它的预防和测度显得尤其重要, 只有深入分析其形成机理, 才能对市场风险有更深刻的了解, 从而对症下药解决投资风险问题。互联网金融市场风险的形成机理有以下几点。

### (一) 金融产品的长尾特征

互联网金融市场借助它的信息化, 可以降低市场准入门槛, 人力、物力的减少也让金融服务的价格得到了降低, 金融服务边界的拓宽使金融产品具有长尾特征。同时长尾人群大多是工薪阶级, 投资额较少, 抗风险能力较弱, 一旦出现投资损失对生活影响较大, 可能引发社会动荡, 对金融体系产生影响。服务人数多但收益少, 监管成本大于收益, 导致监管不力, 市场风险形成的概率增大。

### (二) 金融的信息化加剧了市场动荡

互联网金融顾名思义是通过线上进行交易, 融资项目在网络平台数不胜数, 投资者的选择范围也增多了, 但是风险控制力度并没有加大, 这就意味着风险的增加, 互联网传播速度快, 风险传播速度也随之加快。在互联网金融市场每天都有着众多的融资、并购活动, 只要有一条链出现问题, 与之相连接的其他产品都会受到影响, 从而造成风险的发生。互联网金融对技术的要求有增加, 比起传统金融有一定的创新性, 这会导致一旦选择技术发生错误就会引起风险。

### (三) 互联网金融的本质没有改变

形成市场风险的因素多种多样, 不可能每一个风险因素都完全避开, 需要把握住最基本的形成机理, 掌握影响市场风险的决定性因素<sup>[6]</sup>, 这样就可以根据原因提对策, 避免风险的发生。本文根据市场风险测度的实证分析, 提出了相应的对策, 可以避免风险的发生。

## 三、风险测度方法与模型机理分析

### (一) VaR 和 CVaR 的概述

VaR 是指在金融市场正常运转下, 给定置信水平, 在可预见的未来, 在确定资产组合下可能遭受的最大损失。VaR 比较直观, 但是仍存在缺点, 当市场出现极端情况时风险难以预测。这就需要通过 CVaR 来计算风险值, CVaR 对尾部风险控制效果较好, 并且能刻画极端风险。本文利用蒙特卡罗模拟法, 在 Copula-GARCH 模型基础上, 求出不同组合下 VaR 和 CVaR 值, 以此判断投资风险。

#### 1. VaR 方法

(1) 定义。VaR 方法( Value at Risk, 简称 VaR), 于 1993 年提出, 称为风险价值模型, 是指在确定的置信水平下, 在未来一定时期内, 不同的金融产品在不同投资组合下的最大损失值。这些过程需要一个环境<sup>[7]</sup>, 那就是正常的金融市场, 对处于正常波动下的金融市场, 求得的 VaR 值对投资有很好的借鉴意义。根据 J. P. Morgan 的定义, 在某个置信水平下, VaR 指的是一段特定时间内, 一种金融资产组合估计的最大亏损值。VaR 技术是一种常见的风险测度方法, 采用了数学思想和统计方法对金融风险进行测度, 可用数学公式表示为:

$$\text{prob}\{\Delta P(\Delta t, \Delta x) \leq -VaR\} = \alpha \quad (1)$$

其中  $P$  表示投资组合,  $\Delta t$  表示持有期,  $x$  为风险因子,  $\Delta P$  表示  $P$  在持有期内, 在置信度  $(1 - \alpha)$  下市场价值的变化。

(2) MCMC 算法。本文运用蒙特卡罗模拟法计算风险值, 蒙特卡罗模拟法可以对金融产品未来的波动进行模拟, 是一种随机模拟方法, 蒙特卡罗模拟的基本步骤是:

① 选择随机模型和分布。这个模型可以反映价格变化, 并对参数进行估计。最常见的是随机行走

模型,其离散形式为:  $\Delta S_{t+i} = S_t(u\Delta t + \delta\varepsilon\sqrt{\Delta t})$ ,  $S_{t+i} = S_t + \Delta S_{t+i}$ , 其中  $\varepsilon$  表示随机变量  $\mu$  表示资产收益率的均值  $\delta$  表示资产收益率的波动率  $S_t$  表示  $t$  时刻的资产价格<sup>[8]</sup>。

② 模拟价格走势。假设  $t$  为当前时间,  $T$  为目标时间, 对  $T$  时刻的价格进行模拟, 记  $a = T - t$  为时间间隔, 依次产生的模拟价格  $S_{t+i} = i(1, 2, \dots, n)$ ,  $S_{t+n} = S_{t+n-1} + S_{t+n-1}(u\Delta t + \delta\varepsilon_n\sqrt{\Delta t})$ 。

③ 计算 VaR 重复第二步。由此得到目标时刻的一组价格, 并将价格按升序排列, 给定置信水平  $(1 - \alpha)$ , 找到分位数  $S_T^*$ , 计算 VaR<sup>[9]</sup>:  $\text{VaR} = S_t - S_T^*$ 。

## 2. CVaR 方法

(1) 定义。由于 VaR 方法存在一些缺点, Uryasev 和 Rockafellar 在 2000 年提出 CVaR, 也就是条件风险价值。CVaR 的含义是在一定的置信水平下, 给定投资持有的时间, 在相同的置信度下, 投资组合的损失超过 VaR 值的平均损失, 可以表示为:

$$\text{CVaR}_\alpha(x) = E[f(x, r) | f(x, r) > \text{VaR}_\alpha(x)] \quad (2)$$

其中  $f(x, r)$  表示投资组合的损失函数<sup>[10]</sup>。

(2) CVaR 的优缺点。相比较而言, CVaR 的优点更多。第一, CVaR 可以很好地反映金融市场的小概率事件, 当金融市场处于非正常波动时, 能够给出投资组合的风险值, 为投资者提供参考。第二, CVaR 满足次可加性, 对于数据较多的情况, 可以给出最优解, 符合一致性风险度量准则。第三, 无论收益率是否服从正态分布, 都可以用 CVaR 方法进行度量。当然 CVaR 也不是完美的, 同样也依赖于历史数据, 数据会影响到结果的准确性<sup>[11]</sup>。

## (二) Copula-GARCH 模型

Copula-GARCH 模型是本文建模的核心思想, 该模型可以很好地拟合金融序列, 在此模型基础上, 风险值的求解更精确, 在金融风险测度中, 有着更多的优势。

### 1. GARCH 模型

假设条件方差服从 ARMA 过程:  $\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t}$ ,  $\sigma_v^2 = 1$ ,  $h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$ , 其中  $v_t$  是白噪声过程,  $\varepsilon_t$  的条件均值和无条件均值都等于零, 这个推广的 ARCH( $p, q$ ) 就是 GARCH 模型。

由于金融时间序列多呈尖峰厚尾分布, 所以选择模型时也要考虑到这一点, 并且要明确残差的分布情况, 常见分布有正态分布、 $t$  分布, 本文默认残差服从  $t$  分布, 对模型精确性没有显著影响, 对于金融时间序列尖峰厚尾特征, GARCH 模型可以进行更准确的描述<sup>[12]</sup>。

### 2. Copula 函数

根据已知的 GARCH 模型, 得到 Copula 边缘分布的残差序列, 在此基础上运用欧氏最小距离法挑选出合适的 Copula 函数, 便可以建立 Copula-GARCH 模型。在 Copula-GARCH 模型的基础上, 计算 VaR 和 CVaR, 可以解决数据不服从正态分布的问题, 提高风险测度的准确性<sup>[13]</sup>。

Nelsen 于 1999 年给出了 Copula 函数的一个一般性定义,  $d$  维 Copula 函数  $C$  代表如下的多元函数:

$$(1) C: [0, 1]^d \rightarrow [0, 1];$$

(2)  $C$  是单调递增函数;

$$(3) C(u_1, \dots, u_{k-1}, 0, u_{k+1}, \dots, u_d) = 0 \text{ 且 } C(1, 1, \dots, u_k, 1, \dots, 1) = u_k, \text{ 有 } u_1, \dots, u_d \in [0, 1]^{[14]}。$$

从上述表达式可知  $C$  表示 Copula 函数, 假设有  $d$  维随机变量  $(X_1, X_2, \dots, X_d)$ , 其边缘分布函数为  $F_1, F_2, \dots, F_d$ , 联合分布函数为  $F(x_1, x_2, \dots, x_d)$ , 可以推出  $d$  维随机变量的  $F(x_1, x_2, \dots, x_d)$  表达式如下:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_d) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_d(x_d)) \quad (3)$$

### 3. 欧氏最小距离法

定义: 若  $(X_i, Y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  为总体  $(X, Y)$  中的简单随机样本, 则称  $\hat{C}_n$  是 Copula 在此样本上的经验 Copula, 若  $\hat{C}_n$  满足:  $\hat{C}_n(u, v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I\{F_n(x_i) \leq u\} I\{G_n(y_i) \leq v\}$ ,  $u, v \in [0, 1]$  式中的

$F_n(x)$  表示  $X$  的经验分布函数  $I(\cdot)$  被称为示性函数  $G_n(y)$  表示  $Y$  的经验分布函数, 连接函数与经验连接函数的欧氏距离可表示为:  $d^2 = \sum_{i=1}^n |\hat{C}(u_i, v_i) - \hat{C}_n(u_i, v_i)|^2$  欧氏距离越小, 模型的效果也就越好<sup>[15]</sup>。本文利用欧氏最小距离法选择了合适的 Copula 函数。

#### 4. Copula-GARCH 模型建模思想

Copula-GARCH 模型由两部分连接而成, 一部分是 GARCH 模型, 另一部分就是 Copula 函数。使用 VaR 方法前, 需要判断收益率是否满足正态性和线性的假设, 针对数据的非正态性和非线性关系, 以及金融数据的尖峰厚尾特征, 可以建立 Copula-GARCH 模型拟合, 为多元模型提供理论参考和实证应用<sup>[16]</sup>, 也可以简化构建联合密度函数的过程。

建立 Copula-GARCH 模型有以下几个基本步骤。(1) 确定边缘分布模型。金融时间序列呈尖峰厚尾状, 具有波动性, 为了更好地描述这些变量, 通常建立 GARCH 模型。(2) 把 Copula 和 GARCH 进行连接。根据收益率特征建立 GARCH 模型后, 可以得到一组残差序列, 这组残差序列便是 Copula 边缘分布的残差, 在残差序列的基础上, 进行 Copula 函数的选择。(3) 确定 Copula-GARCH 模型。Copula 函数有很多种类, 本文选择二元 t-Copula 函数。这时选择的 Copula 已结合了 GARCH 模型, 也就是最终的 Copula-GARCH 模型。根据本节对 Copula 函数的分析, 及已知的 GARCH 模型, 选择 Copula 函数连接起来, 就可以建立适合自变量的 Copula-GARCH 模型, 利用所建立的模型测度风险, 更适合金融时间序列, 风险值也更准确<sup>[17]</sup>。

### 四、互联网金融市场风险实证分析

#### (一) 样本的选择和平稳性检验

选择华夏现金增利货币 B(001374) 和广发货币 B(270014) 的七日年化收益率作为分析对象, 7 日年化收益率就是对基金最近 7 天收益率的平均值进行年化以后得到的数据。在货币型基金中其创建时间较早规模较大<sup>[18]</sup>, 属于热门货币基金, 具有较强的代表性。收集这两个基金于 2017 年 12 月 1 日至 2019 年 12 月 1 日两年的七日年化收益率共 1 448 个数据, 数据来源于天天基金数据库。

##### 1. 原序列平稳性检验

进行时间序列的模拟, 首先要判断收益率是否平稳, 只有在平稳收益率的基础上才能做后面的分析<sup>[19]</sup>。观测两个货币基金的收益率序列图, 判断其是否为平稳序列, 主要看波动大小以及走势。 $x_1$ 、 $x_2$  分别代表华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的收益率序列。

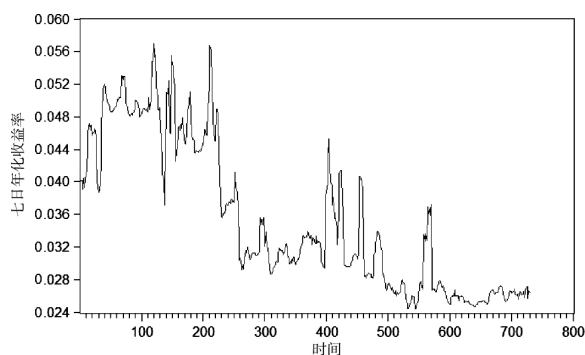


图1 华夏现金增利货币 B 收益率序列

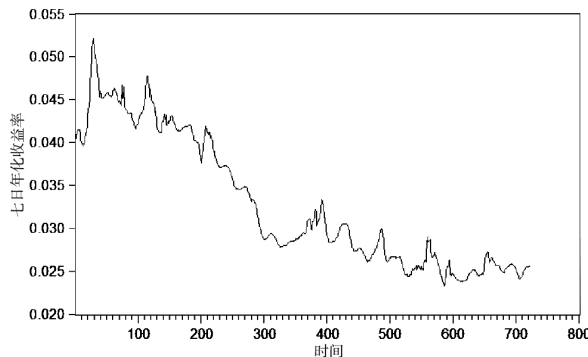


图2 广发货币 B 收益率序列

图 1 和图 2 的横轴代表时间, 纵轴代表基金的七日年化收益率, 根据时间序列图可以看出两个货币基金的收益率随着时间的推移呈下降趋势, 初步判断  $x_1$ 、 $x_2$  具有时变性, 存在趋势项, 没有围绕均值上下波动。观察图 1, 发现较于广发货币 B, 华夏现金增利货币 B 的波动性更大, 两组基金都是非平稳时间序列。

##### 2. 建立平稳时间序列

由以上分析结果, 可以看出两支基金的收益率均为非平稳性时间序列, 需要把数据平稳化, 在平

稳数据上建模。所以接下来用 Eviews 软件对序列进行一阶差分, 观察差分后的序列是否平稳<sup>[20]</sup>。

从表 1 可以看出一阶差分后  $x_1$  的 ADF 检验值为 -11.287,  $P$  值为 0 小于 0.05, ADF 检验结果在 1%、5%、10% 的显著性水平下都小于临界值, 拒绝原假设, 时间序列平稳, 将差分后的华夏现金增利货币 B 的收益率序列标为  $dx_1$ 。

通过表 2 可以得出一阶差分后  $x_2$  的 ADF 检验值为 -7.966,  $P$  值为 0 小于 0.05, ADF 检验结果在 1%、5%、10% 的显著性水平下都小于临界值, 拒绝原假设, 时间序列平稳, 将差分后的广发货币 B 收益率序列标为  $dx_2$ 。差分后两个货币基金的收益率时间趋势如图 3 和图 4 所示。

若时间序列是平稳的, 表现在序列图上就是图形围绕均值上下波动, 随着时间推移没有明显的升降趋势<sup>[21]</sup>。通过观察图 3 和图 4, 可以看出收益率大致围绕均值波动, 且并未有明显的时变性, 结合 ADF 值, 可以认定  $dx_1$  和  $dx_2$  的序列是平稳的, 后面的分析与建模用差分后的平稳数据<sup>[22]</sup>。

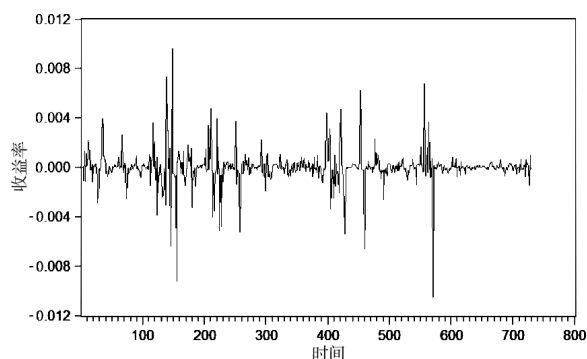


图 3  $dx_1$  序列

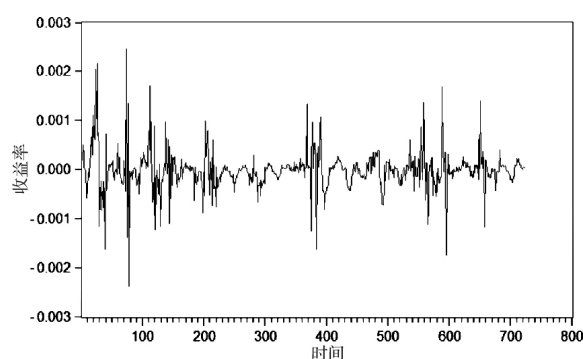


图 4  $dx_2$  序列

表 1 一阶差分后  $x_1$  单位根检验

	t 值	P 值
ADF 检验值	-11.286 72	0.000 0
1%	-3.970 921	
临界值	5% -3.416 105	
	10% -3.130 339	

表 2 一阶差分后  $x_2$  单位根检验

	t 值	P 值
ADF 检验值	-7.966 116	0.000 0
1%	-3.970 957	
临界值	5% -3.416 123	
	10% -3.130 350	

## (二) 数据的描述性统计特征分析

对数据平稳性进行分析后, 用 Eviews 软件对华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 进行主要的统计特征分析, 结果如表 3。

从表 3 可以看出, 华夏现金增利货币 B 的平均七日年化收益率大于广发货币 B, 从方差上看华夏现金增利货币 B 的波动性比广发货币 B 的波动性大, 广发货币 B 更加平稳, 两种货币基金的最大值与最小值的差距不大, 与广发货币 B 的中位数相比, 华夏现金增利货币 B 的中位数更大<sup>[23]</sup>。华夏现金增利货币 B 的偏度小于 0, 呈左偏分布, 广发货币 B 偏度大于 0, 呈右偏分布, 两个货币基金的峰度较大, 初步判断呈尖峰分布。

表 3 基金数据统计特征

	华夏现金增利货币 B	广发货币 B
最大值	0.009 6	0.002 5
最小值	-0.010 5	-0.002 4
均值	-1.89e-05	-2.05e-05
中位数	0.000 0	-1.00e-05
方差	0.001 3	0.000 4
峰度	23.419 8	12.812 6
偏度	-0.423 7	0.550 9

## (三) 正态性检验

$dx_1$  和  $dx_2$  表示经过一阶差分后华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的七日年化收益率, 是两个随机变量, 选择合适的 Copula-GARCH 模型要确定  $dx_1$ 、 $dx_2$  所服从的分布。在过去的研究中<sup>[24]</sup>, 使用 GARCH 模型之前要拟合收益率的波动特征, 多假定服从正态分布, 而金融时间序列大多有非正态性的特点, 为了更加准确的对华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的收益率进行拟合, 需进行正态性检验。用 Eviews 软件做出它们的频率直方图。

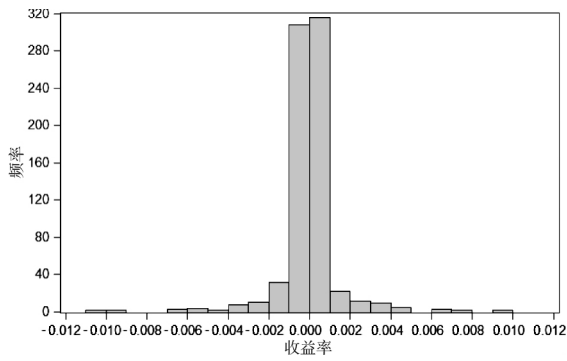


图5 华夏现金增利货币 B  $dx_1$  收益率

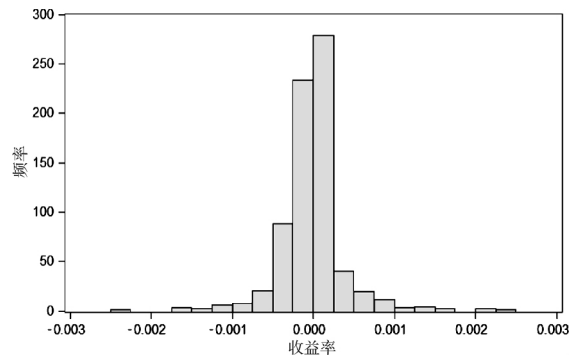


图6 广发货币 B  $dx_2$  收益率

通过综合直方图以及数据的描述性统计分析,可以看出两种基金基本上是呈对称分布的,且直方图有尖峰的状态,并伴有厚尾的特征,同时可以初步判断  $dx_1$  和  $dx_2$  不服从正态分布。为了进一步判断  $dx_1$ 、 $dx_2$  的分布特征,我们用 Eviews 软件对  $dx_1$ 、 $dx_2$  绘制正态 Q-Q 图,结果如图 7 和图 8 所示。

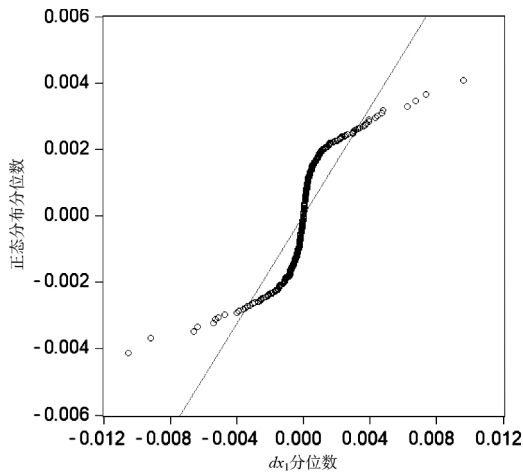


图7 华夏现金增利货币 B 正态 Q-Q 图

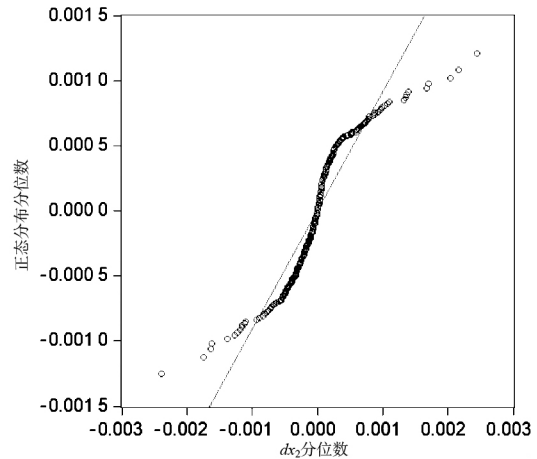


图8 广发货币 B 正态 Q-Q 图

由图 7 和图 8 可以看出,对于华夏现金增利货币 B 来说,Q-Q 图右上方向下弯曲,左下方向上抬起,表明了其上下尾部都高于正态分布的尾部,大体上呈 S 型。对于广发货币 B,它的 Q-Q 图同华夏现金增利货币 B 大致相同,也呈 S 型。可以很明显看出华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 两组收益率的 Q-Q 图两端都偏离直线,两个收益率数据的 Q-Q 图都偏离标准正态分布的 Q-Q 图,呈 S 型分布,表明散点图对于直线  $y = x$  的拟合效果不好。

#### (四) ARCH 效应检验

ARMA 序列假设的是方差不随时间的变化而变化,但是这不一定与收益率的实际情况相符合,因此可以利用 WHITE 检验法,判断数据是否存在 ARCH 效应,若有,则要建立 GARCH 模型。首先用 Eviews 软件对华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的自相关和偏自相关函数进行检验,自相关和偏自相关图分别如图 9 和图 10 所示。

观察图 9 和图 10,测试数据逐渐收敛到接受区,并非全部落在接受区,这说明序列数据存在截尾<sup>[25]</sup>。可见华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 具有自相关和偏自相关性。同时通过观察华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的时间序列图(图 3 和图 4),发现它们不同时间段波动的大小不同,有的时间段波动大,有的时间段波动小,说明波动具有聚集性。通过华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的自相关和偏自相关图<sup>[26]</sup>,初步给华夏现金增利货币 B 建立 MA(1) 模型,给广发货币 B 建立 ARMA(2,

3) 模型 进一步检验两个货币基金是否存在异方差性,下面直接用 Eviews 软件对建立好的均值模型进行 ARCH 效应检验。结果如表 4 所示。

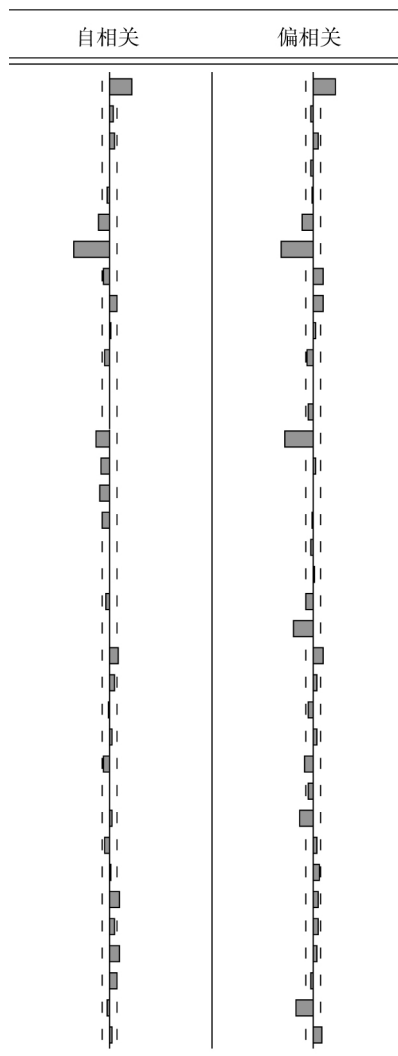


图 9 华夏现金增利货币 B 的 ACF 和 PACF

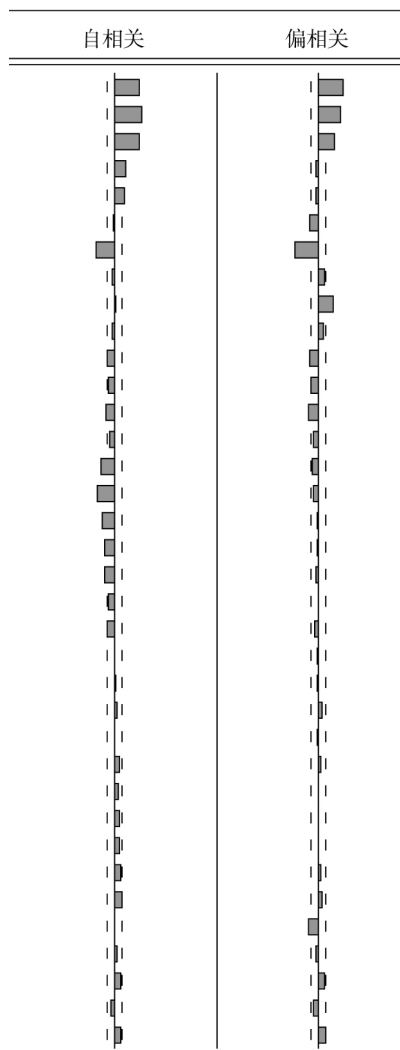


图 10 广发货币 B 的 ACF 和 PACF

在置信度为 0.05 的条件下,经过 WHITE 检验后两个货币基金的  $P$  值均小于 0.05,所以拒绝不存在异方差性的原假设,两股货币基金都具有异方差性,需要用建立 GARCH 模型来降低异方差性<sup>[27]</sup>。通过以上平稳性、正态性、条件异方差性检验后,得到华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 服从非正态分布,具有尖峰厚尾的特征,具有条件异方差性。下面选择合适的 GARCH 模型来对收益率序列进行拟合,以减少条件异方差性<sup>[28]</sup>。

表 4 货币基金 ARCH 效应检验结果

	华夏现金增利货币 B	广发货币 B
F-statistic	1 191. 68	572. 84
P 值	0	0

#### (五) 边缘分布的模拟

为了弥补各个序列的异方差性,使用 GARCH 模型对数据进行刻画,这部分利用 R 软件对两个货币基金进行分布参数估计,分别选择了 MA(1) 和 ARMA(2,3) 模型,这与上一部分选择的模型一致,华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 模型建立结果如表 5 所示。

由于数据具有条件异方差性,所以根据已有的 ARMA 模型建立 GARCH(1,1) 模型,参数估计结果如表 6 所示。

表5 ARCH 均值方程参数估计结果

	华夏现金增利货币 B	广发货币 B
AR(1)	0	1.106
AR(2)	0	-0.524
MA(1)	0.233	-0.987
MA(2)	0	0.608
MA(3)	0	0.127

表6 GARCH(1,1) 模型参数估计结果

	华夏现金增利货币 B	广发货币 B
AR(1)	0	1.37
AR(2)	0	-0.67
MA(1)	0.319	-1.225
MA(2)	0	0.768
C	0.000 001 07	0.000 000 096 4
RESID(-1) <sup>2</sup>	0.149 999	0.15
GARCH(-1)	0.533 465	0.6

为了判断两组基金的系数是否显著,对均值和方差方程有没有影响,利用 Eviews 软件给出了均值和方差方程各项系数的详细情况,输出结果如表 7 和表 8 所示。

表7 dx<sub>1</sub> 的 GARCH 模型

变量	系数	标准误差	z 统计值	P 值
MA(1)	0.319 215	0.087 537	3.646 644	0.000 3
C	1.07E-06	1.66E-07	6.415 758	0.000 0
RESID(-1) <sup>2</sup>	0.149 999	0.049 964	3.002 121	0.002 7
GARCH(-1)	0.533 465	0.062 030	8.600 186	0.000 0

表8 dx<sub>2</sub> 的 GARCH 模型

变量	系数	标准误差	z 统计值	P 值
AR(1)	1.367 816	0.152 914	8.945 029	0.000 0
AR(2)	-0.669 730	0.139 065	-4.815 946	0.000 0
MA(1)	-1.224 201	0.124 768	-9.819 863	0.000 0
MA(2)	0.767 707	0.086 897	8.834 666	0.000 0
C	9.64E-08	4.30E-08	2.244 192	0.024 8
RESID(-1) <sup>2</sup>	0.150 000	0.075 208	1.994 461	0.046 1
GARCH(-1)	0.600 000	0.174 408	3.440 210	0.000 6

从表 7 和表 8 来看,参数的 P 值均小于 0.05,在 5% 的置信度下拒绝参数不显著的原假设,说明这几项都是显著的,所以可以选取这个模型。广发货币 B 的 MA(3) 项 P 值大于 0.05,所以该项不显著,直接剔除,建立模型。根据表 7,华夏现金增利货币 B 的均值函数和条件方差函数分别为:

$$\begin{cases} dx_{1,t} = u_t - 0.319u_{t-1} \\ \hat{\sigma}_t^2 = 0.000 001 07 + 0.15 \times \hat{u}_{t-1}^2 + 0.53 \times \hat{\sigma}_{t-1}^2 + \hat{\varepsilon}_t \end{cases} \quad (4)$$

根据表 8,广发货币 B 的均值函数和条件方差函数分别为:

$$\begin{cases} dx_{2,t} = 1.37dx_{2,t-1} - 0.67dx_{2,t-2} + u_t + 1.225u_{t-1} - 0.768u_{t-2} \\ \hat{\sigma}_t^2 = 0.000 000 096 4 + 0.15 \times \hat{u}_{t-1}^2 + 0.6 \times \hat{\sigma}_{t-1}^2 + \hat{\varepsilon}_t \end{cases} \quad (5)$$

其中,条件方差函数的残差项  $\hat{\varepsilon}_t$  服从  $t$  分布,对模型精准性的影响可以忽略。

### (六) 建立 Copula-GARCH 模型

#### 1. 连接 GARCH 模型

本文的收益率序列不服从正态分布,这与众多文献在默认序列服从正态分布的基础上计算 VaR 和 CVaR 的研究不符,所以需要引入 Copula 函数。根据 Copula 理论可以知道,Copula-GARCH 模型中每个变量的条件边缘分布可以用服从正态分布假设的 GARCH、GARCH-t 或 GARCH-Gumbel 模型中的任意一个来描述。同一个 Copula-GARCH 模型中可以是无限的、相同的或不同的条件边缘分布。前述确定了合适的 GARCH 模型,即 Copula 函数边缘分布的残差序列,把残差序列作为自变量,在残差序列的基础上选择一种合适的 Copula 函数,这便连接了 GARCH 模型,最终得到的就是本文所需的 Copula-GARCH 模型。

#### 2. Copula 函数的选取及评价

令  $X$  为华夏现金增利货币 B,其边缘分布为  $U = F(x)$ , $Y$  代表广发货币 B,其边缘分布函数为  $V = G(x)$ ,为了选择合适的 Copula 度量华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的相依性,用 Matlab 软件分别绘制出华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的二元频数直方图<sup>[29]</sup>(图 11)和频率直方图(图 12)。



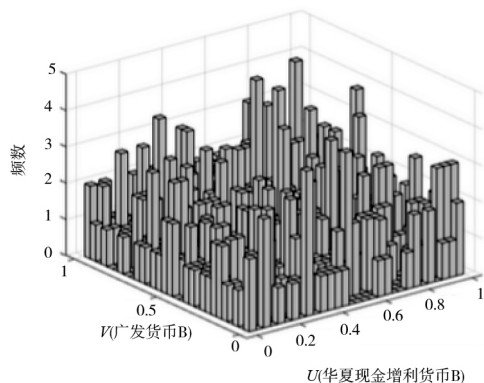


图 11 二元频数直方图

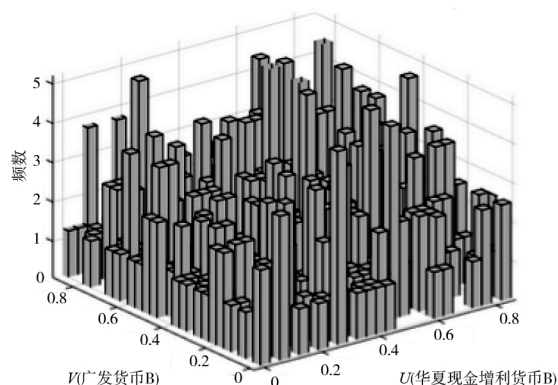


图 12 频率直方图

频率直方图纵轴代表频数, 观察两个图, 发现图的中部是凹陷的, 两边是凸起的, 并且有一个相对对称的尾部。也就是说联合分布函数( $U, V$ ) 即 Copula 密度函数具有对称的尾部, 根据 Copula 函数图形特征, 可以初步确定选择二元正态 Copula 函数或者 t-Copula 函数。用 Matlab 软件进行画图, 二元正态 Copula 函数的密度函数和分布函数如图 13 和 14 所示。二元 t-Copula 函数的密度函数和分布函数如图 15 和图 16 所示。

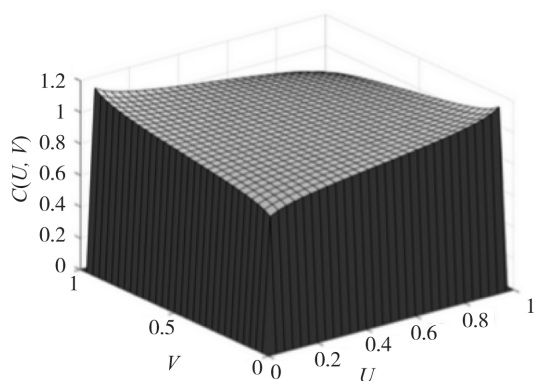


图 13 二元正态 Copula 密度函数

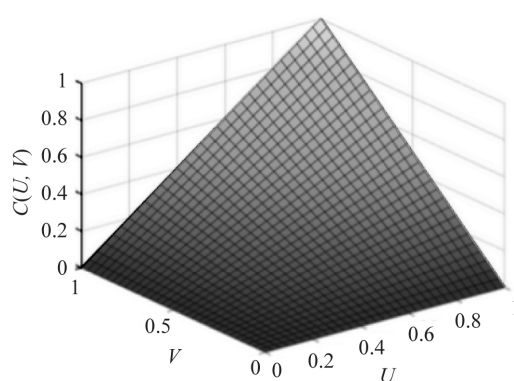


图 14 二元正态 Copula 分布函数

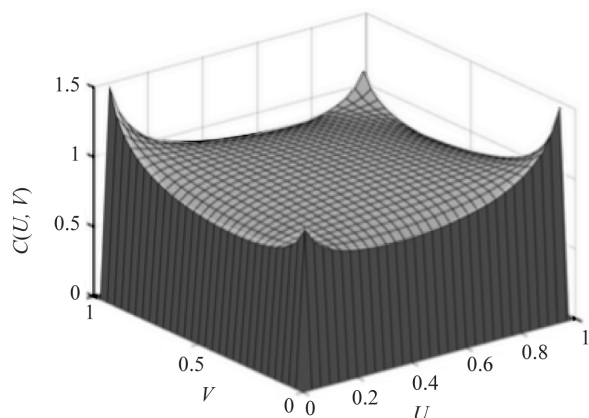


图 15 二元 t-Copula 密度函数

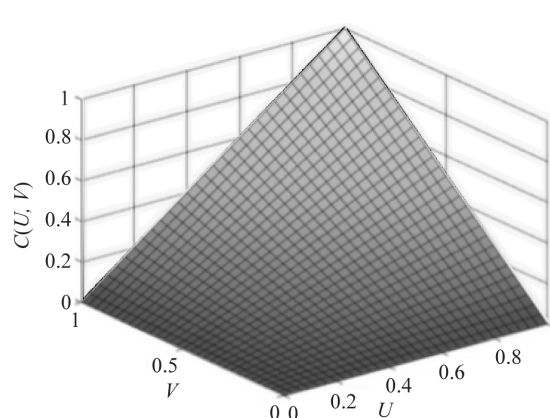


图 16 二元 t-Copula 分布函数

可以看出两组 Copula 函数的密度函数图和分布函数图都有对称的尾部特征, 二元 t-Copula 具有较厚的尾部, 中间凹进去前后对称, 对随机变量尾部的变化很敏感, 能够捕捉到随机变量尾部的对称相关。二元正态 Copula 函数也具有较厚的尾部, 并且尾部渐近独立的二维随机向量。两个函数的分布函数图都呈锥形, 很难通过图形选择一种最合适的 Copula 函数, 所以需要进一步用准确数字化信息

来明确选择哪种 Copula 函数,需要用上文介绍的选择 Copula 函数的方法,本文利用欧氏最小距离法选择合适的 Copula 函数,首先要给出相关系数的估计,再计算欧氏最小距离,利用 Matlab 软件计算出两种函数的参数值,结果如表 9 所示。

表 9 两种 Copula 函数参数值

函数名称	参数值
二元正态 Copula	$\rho = \begin{pmatrix} 1.000 & -0.045 \\ -0.045 & 1.000 \end{pmatrix} = 0.998$
二元 t-Copula	$\rho = \begin{pmatrix} 1.000 & -0.053 \\ -0.053 & 1.000 \end{pmatrix} = 0.997 \quad k = 9.4144$

二元正态 Copula 函数和二元 t-Copula 函数的参数值分别为 0.998 和 0.997,二元 t-Copula 函数的自由度为 9.4144,根据参数值可以求出欧氏最小距离。为了检验两种 Copula 函数是否合适,利用 Matlab 软件求得二元正态 Copula 函数和二元 t-Copula 函数的 Kendall 系数与 Spearman 系数,结果如表 10 所示。

表 10 二元正态 Copula 函数和二元 t-Copula 的相关系数

	Kendall 系数	Spearman 系数
二元正态 Copula	0.9597	0.9978
二元 t-Copula	0.9507	0.9568

Kendall 系数与 Spearman 系数是检验模型好坏的重要标准,从表 10 可以看出收益率的二元正态 Copula 函数和二元 t-Copula 函数的 Kendall 系数与 Spearman 系数都接近 1,并且 Kendall 系数与 Spearman 系数很接近,说明两个 Copula 函数可以很好地拟合华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的收益率。为了选出更好的 Copula 函数,根据相关参数值,利用 Matlab 软件分别计算出两个 Copula 函数与经验 Copula 函数的欧氏距离,结果如表 11 所示。

从表 11 可以得到,经验 Copula 函数与二元正态 Copula 函数的欧氏距离为 0.0153,二元 t-Copula 函数与经验 Copula 函数的欧氏距离为 0.0121,根据欧氏最小距离法,我们选择欧氏距离较小的二元 t-Copula 函数拟合华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 的七日年化收益率数据。连接了 GARCH 模型的二元 t-Copula 函数,就是求风险值所需的 Copula-GARCH 模型。

表 11 欧氏最小距离

函数名称	欧氏距离
二元正态 Copula	0.0153
二元 t-Copula	0.0121

(七) 互联网金融风险的测度

上文已经拟合了华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 资产组合的 Copula-GARCH 模型,接下来预测不同投资组合未来一段时间内的最大损失值,利用蒙特卡罗模拟法计算出两个资产组合的 VaR 和 CVaR 值,以货币基金收益率为自变量,求出因变量即风险值。上文已经得出边缘分布函数和 Copula 函数,然后在 Matlab 中运用蒙特卡罗模拟法运行 5000 次模拟产生随机数值,选择 95% 的置信水平,对不同投资组合比例进行运算<sup>[30]</sup>。

假设投资者在华夏现金增利货币 B 和广发货币 B 之间进行投资,假设有五种不同投资比例的组合分别为:0.5:0.5、0.7:0.3、0.4:0.6、0.2:0.8、0.6:0.4,分别记为组合 A、组合 B、组合 C、组合 D、组合 E,其实证结果如表 12 所示。

由实证分析可知,在 95% 的置信水平下,当华夏现金增利货币 B 与广发货币 B 的投资比例为 0.7:0.3 时,VaR 值最小,为 0.0705,即有 95% 的把握认为投资组合风险值为 0.0705,风险价值最小。同时 CVaR 也最小,为 0.1056,即当把握小于 5% 时,认为条件风险价值为 0.1056,条件风险价值最小。所以应该选择华夏现金增利货币 B 与广发货币 B 投资比例为 0.7:0.3 的投资组合,风险价值与条件风险价值均最小。在不同的投资组合中,CVaR 值始终大于 VaR 值,可见 CVaR 的计算结果比 VaR 保守,解决了不同尾部分布的投资组合之间的风险比较问题。

通过表 12 还可以发现,对于 VaR 值和 CVaR 值,它们对于不同投资组合的反映程度也是不同的,VaR 对于基金权重的变化没有 CVaR 敏感,当华夏现金增利货币 B 的权重从 0.2 增加到 0.7 时,VaR 的减少率为 37.67%,CVaR 的减少率为 39.38%。所以在极端的金融市场情况下,比起正常的金融市场,金融风险管理更为重要,不能忽视金融市场中的小概率事件,需要合理选择投资组合降低风险。

表 12 不同投资组合的风险值

	组合 A	组合 B	组合 C	组合 D	组合 E
VaR	0.081 4	0.070 5	0.090 2	0.113 1	0.073 8
CVaR	0.121 8	0.105 6	0.137 4	0.174 2	0.111 1

## 五、防范互联网金融风险的对策

### (一) 重视小概率事件风险

根据本文的实证分析结果,发现条件风险价值比风险价值更加保守,对不同投资组合的反应也更为敏感,所以要重视 CVaR 值,也就是在小概率情况下的风险值。在金融市场中,存在着许多小概率事件,忽视小概率事件会导致严重后果,如俄罗斯国债大幅度贬值是影响较大的“黑天鹅”事件。小概率事件无法用概率衡量,政策的调整、投资者情绪的变化都无法预测,但是这些都影响着金融市场的走势,即使有 95% 赢的把握,也会有 5% 输的概率,5% 意外发生的概率不容忽视。

### (二) 不同的金融投资要有侧重

不同的金融资产对风险的影响不同,有时候风险随着对某种金融产品投资的增加而增加,而有时会随着对另一种金融产品投资的增加而减少,这就需要选择合适的投资组合来降低风险。这可能和产品的收益率、波动率、资金规模、投资人数有关,如果一种金融产品具有较高的收益,那么其可能具有较高的风险,波动性比较大的产品风险也会增大,资金规模大、投资人数多的产品一般来说风险较低,这需要投资者进行权衡。

### (三) 加强技术研发和统计研究

本文利用 Copula-GARCH 模型计算出了不同投资组合下的风险,为投资者的决策提供依据,在一定程度上减少了互联网金融风险。所以我们应该加强互联网金融风险的统计学习和研究,各高校可以在相关专业开设时间序列和统计软件操作等课程,培养学生的建模能力。全国也应该举行统计类的比赛,学校应鼓励学生参与,提高建模思想和数学水平,并且鼓励学生参与控制风险类的项目,创新建模方式。加强对统计学和金融学人才的培养和相互联系,统计学可以开设金融学相关的课程,金融学也可以贯通统计学知识,两门学科融会贯通,金融和统计知识的结合能够对互联网风险的研究与防范做出重大贡献。

## 参考文献:

- [1]蔡瑞媛. 互联网金融 P2P 信贷模式的特征及风险研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014.
- [2]赵美玲. Copula 理论以及在金融风险管理中的应用[D]. 扬州: 扬州大学, 2015.
- [3]贾楠. 中国互联网金融对银行业风险影响及其系统性风险度量研究[J]. 经济问题探索, 2018(4): 145-157.
- [4]王立勇, 石颖. 互联网金融的风险机理与风险度量研究——以 P2P 网贷为例[J]. 东南大学学报(哲学社会科学版), 2016(2): 103-112 + 148.
- [5]孙成娇. 关于互联网金融流动性风险防控的研究[D]. 北京: 首都经济贸易大学, 2018.
- [6]ROHLEDER M, SCHULTE D, WILKENS M. Management of flow risk in mutual funds[J]. Review of quantitative finance and accounting, 2017, 48(1): 31-56.
- [7]鲁志军. 基于 Copula-VaR 的证券公司自营业务市场风险管理研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2014.
- [8]冯嘉仪. Copula-GARCH-MCMC 方法在投资组合风险的实证研究[D]. 广州: 暨南大学, 2018.
- [9]KRZEMIENOWSKI A, SZYMCZYK S. Portfolio optimization with a copula-based extension of conditional value-at-risk[J]. Annals of operations research, 2016, 237(1-2): 219-236.
- [10]李颖. Copula-GARCH-CVaR 方法在保险资金投资中的应用[D]. 济南: 山东师范大学, 2018.
- [11]于文倩, 郑慧. 基于 Copula-CVaR 组合模型的寿险公司整合风险测算[J]. 统计与决策, 2019(15): 165-168.
- [12]郑一峰. 基于藤 Copula-GARCH-VaR 模型的股市风险度量[D]. 杭州: 浙江工商大学, 2018.

- [13]傅立群. 基于随机收益率模型和最优 Copula 函数下生存人寿保险组合及其风险的研究[D]. 芜湖: 安徽工程大学 2019.
- [14]DEVANEY M, MORILLON T, WEBER W. Mutual fund efficiency and tradeoffs in the production of risk and return[J]. *Managerial finance*, 2016( 3): 225-243.
- [15]杨佳红. 股票市场间的联动性研究——基于藤和多元时变 Copula 方法[D]. 杭州: 浙江工商大学 2018.
- [16]刘新, 王福豪. T-Copula-GARCH 模型在沪深市场联动风险测算中的应用研究——基于拟蒙特卡罗模拟方法[J]. *重庆理工大学学报( 社会科学)* 2017( 6): 36-43.
- [17]吴智昊. 基于变结构 Copula 模型的股市与汇市间波动溢出效应研究[J]. *金融发展研究* 2015( 2): 3-7.
- [18]闫晶怡, 孙璐, 于嘉. 我国中小商业银行利率风险影响因素及对策分析[J]. *黑龙江金融* 2018( 10): 59-60.
- [19]钟纯. 条件风险价值(CVaR)及其在保险资金投资中的应用[D]. 南昌: 南昌大学 2011.
- [20]周孝华, 张保帅, 董耀武. 基于 Copula-SV-GPD 模型的投资组合风险度量[J]. *管理科学学报* 2012( 12): 70-78.
- [21]黄玲. 基于多分辨率小波的中国期货市场与股票市场的相关性研究[D]. 广州: 华南理工大学 2013.
- [22]赵喜仓, 毛茜. 股份制商业银行互联网金融的风险预警探讨[J]. *统计与决策* 2018( 4): 161-164.
- [23]张杨. 基于云审计的互联网金融风险管理研究[D]. 沈阳: 沈阳大学 2018.
- [24]胡支军, 彭飞, 李志霞. 风险项目投资组合决策的贝叶斯评价与选择策略[J]. *中国管理科学* 2017( 2): 30-39.
- [25]张丽康. 基于 EGARCH 模型的商业银行利率风险 CVaR 实证研究[J]. *金融经济* 2018( 10): 135-137.
- [26]张硕. 关于我国商业银行利率风险管理的研究[J]. *广西质量监督导报* 2019( 1): 122 + 117.
- [27]陈辛. 余额宝风险管理研究[D]. 青岛: 中国海洋大学 2014.
- [28]HARRIS R D, MAZIBAS M. Dynamic hedge fund portfolio construction: a semi-parametric approach[J]. *Journal of banking & finance*, 2013, 37( 1): 139-149.
- [29]刘琼芳, 张宗益. 基于 Copula 房地产与金融行业的股票相关性研究[J]. *管理工程学报* 2011( 1): 165-169 + 164.
- [30]BARONE-ADESI G, WHALEY R E. Efficient analytic approximation of American option values[J]. *Journal of finance*, 1987, 42( 2): 301-320.

(责任编辑: 刘淑浩; 英文校对: 葛秋颖)

## Risk Measurement of Internet Financial Market Based on Copula-GARCH Model

CHEN Yaohui, MA Lingyun

(School of Economics, Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** In recent years, with the development of the internet financial industry, many investors use the internet for investment and P2P boom in 2018 let everyone realize the importance of risk management. In this paper, the seven-day annualized rates of return of Huaxia cash increasing interest currency B and Guangfa currency B from 2017 to 2019 are selected as research object, EViews and R software are used to conduct descriptive analysis and normality test for the two sets of data, a Copula-GARCH model is established by using the euclidean distance minimization function to select the binary t-Copula function, and the MCMC algorithm is used to measure the risk of the two funds under different portfolios. The results show that under the 95% confidence level, when the investment proportion of Huaxia cash profit-increasing currency B is 0.7 and that of Guangfa currency B is 0.3, the risk is the least. At the same time, VaR is not sensitive to CVaR, and it is also important to measure the risk in extreme cases. According to the results of the empirical analysis, it is suggested that as for the measurement of internet financial risk great attention should be paid to the risk of small probability events, particular emphasis should be put on the different financial investment, the research on technology R&D and statistics should be strengthened, and the relevant laws and regulations should be established and improved, in order to effectively prevent the risk.

**Key words:** internet financial risk; Copula-GARCH; VaR; CVaR